

Digitális tananyag-feldolgozás kombinatorikából

Tóth Dániel

Témavezető: Mgr. Svitek Szilárd

Selye János Egyetem Komárom

Tudományos Diákköri Konferencia, 2020

A témaválasztás

- A kombinatorika a matematika egy atipikus ága, ami előzetes tudást nem feltételezve alkalmas a matematika megszerettetésére
- Témakörönkénti bontásban általában a legkevésbé sikeresnek ez a témakör mondható \implies A kombinatorika, a valószínűségszámítás és a statisztika témaköre egyre hangsúlyosabbá válik.
- Nehézséget jelent a tanulóknak eldönteni, mikor írták le az összes lehetőséget, illetve sok esetben nem világos számukra, mit jelent, ha számít a sorrend vagy az, hogy az elemek ismétlődhetnek / nem ismétlődhetnek
- A világhálón keresve kevés webhelyet találni, ami interaktív módon segítene a kombinatorika fogalmainak megértésében.

Ezért a munkámban egy olyan webalkalmazás létrehozását tűztem ki célul, amely megkönnyíti a kombinatorika tanulását.

Az alkalmazással szemben támasztott célkitűzések:

- A kombinatorika elsajátításának elősegítése, a tanulók figyelmének felkeltése
- A középiskolai tanterv követelményeit kielégítő digitális tananyag létrehozása
- Korszerű webes technológiák alkalmazása
- Könnyen kezelhető webes felület kialakítása
- Lehetőség a gyakorlásra

A kombinatorika oktatása az általános iskola felső tagozatán

- Az adott rendszer lényegének felfedezése a lehetőségek felírása által.
- Összeadási és szorzási szabályok használata.

A kombinatorika oktatása a középiskolában

- A középiskolában a tanulók megismerkednek az ismétlés nélküli permutáció, az ismétléses és ismétlés nélküli variáció, valamint az ismétlés nélküli kombináció jelölésével és képletével, valamint ezek felhasználásával.
- A faktoriális fogalma, a binomiális együttható.

A kombinatorikai alapeladatok esetek, lehetőségek összeszámlálásával foglalkoznak. Az összes lehetőség összeszámlálásakor kombinatorikai elveket használunk fel. Munkámban bemutatom a leggyakrabban felhasznált kombinatorikus elveket:

- Összeadási szabály
- Kivonási szabály
- Szorzási szabály
- Osztási szabály

Az elemi kombinatorikai fogalmak tulajdonságai

A permutáció, a variáció és a kombináció, valamint azok ismétléses és ismétlés nélküli változatait három kérdéssel határoltam el:

- Az összes elemet fel kell használni ?
- Ismétlődhetnek-e az elemek ?
- Az elrendezésben számít az elemek sorrendje ?

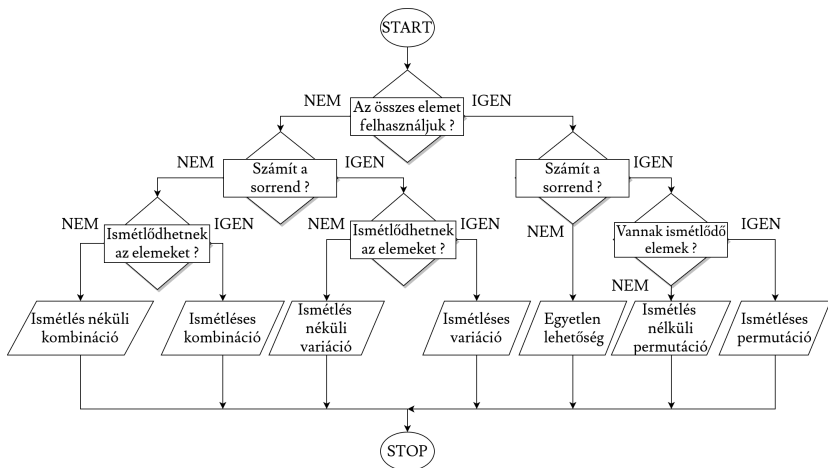
Elemi kombinatorikai fogalmak tulajdonságai

A permutációknál az összes elemet felhasználjuk az elrendezések kialakításához. A variációknál számít az elrendezésben a sorrend, míg a kombinációknál nem.

	Összes elem ?	Ismétlődhetnek az elemek ?	Az elrendezésben számít az elemek sorrendje?
Permutáció	IGEN	NEM	IGEN
Ismétléses permutáció	IGEN	IGEN	IGEN
Variáció	NEM	NEM	IGEN
Ismétléses variáció	NEM	IGEN	IGEN
Kombináció	NEM	NEM	NEM
Ismétléses kombináció	NEM	IGEN	NEM

Elemi kombinatorikai fogalmak tulajdonságai

A táblázat alapján az elemi kombinatorikai feladatok típusának megállapításához a következő algoritmus nyújthat segítséget:



A fogalmak közti különbséget hangsúlyozandó, hasonló szövegezésű példákat alkottam minden egyes fogalomhoz.

- Hányféleképpen rendezhető sorba 5 különböző színű ceruza ?
- Hányféleképpen rendezhető sorba 3 sárga és 2 piros színű ceruza ?
- Hányféle 3 sávból álló zászló rajzolható 5 különböző színű ceruza segítségével, ha egy színt csak egyszer használhatunk?
- Hányféle 3 sávból álló zászló rajzolható 5 különböző színű ceruza segítségével?
- Hányféleképpen lehet kiválasztani 3 ceruzát 5 különböző színű ceruza közül?
- Hányféleképpen lehet vásárolni 3 ceruzát 5 féle színű ceruza kínálat közül?

Technikai megvalósítás

- Az alkalmazás PHP szerver-oldali programozási nyelven lett elkészítve a modell-nézet-vezérlő (MNC) kódszervezési elv alkalmazásával.
- A matematikai szövegek megjelenítéséhez a MathJax JavaScript megjelenítő motor bizonyult a legjobb megoldásnak.
- MySQL relációs adatbáziskezelőrendszer használata.
- A matematikai kifejezések kiértékelésére egy kész Shunting-yard algoritmus implementációt használtam fel, amit a Composer PHP függőségkezelő segítségével töltöttem be.

Az oldalon egy diasor dolgozza fel a tananyagot. A diavetítő alkalmazás funkciója az ismeretközlés. A diasor oldalfelülete két fő részből áll: egy folyamatjelző sávból és a dia tartalmát megjelenítő vászonból.



PERMUTÁCIÓ

- Ha adott n elemet minden lehetséges sorrendben elrendezünk, akkor azt mondjuk, hogy az elemeket *permutáljuk*; az egyes elrendezéseket pedig az elemek *permutációinak* nevezzük
- Az n egymástól különböző elem összes permutációinak számát P_n -nel jelöljük, ami egyenlő az első n természetes szám szorzatával.

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n!$$

A kombinatika gyakorlóprogram

A feladat lényege, hogy a felhasználó döntse el a sárga címkén lévő feladról, hogy a milyen kombinatorikai alapfogalom húzódik meg mögötte.

7 / 2

PERMUTÁCIO Kérdés 10 nő-16 férfi sorbarendezése, nők elől	ISMÉTLÉSES PERMUTÁCIO
VARIÁCIO	ISMÉTLÉSES VARIÁCIO
Egy lifthez 5 ember érkezik, de egyszerre csak 3 ember fér be. Hányféleképpen választhatjuk ki az első menet utasait?	
KOMBINÁCIO 10 ember között 4 egyforma nyeresemény	ISMÉTLÉSES KOMBINÁCIO

A feladatgyűjtemény példái

A felhasználók egyedi értékeket tartalmazó feladatokkal gyakorolhatnak. Az eredmény megadható konkrét értéként vagy kifejezés segítségével.

14. feladat

Helyes megoldás

8 tagú család egy alkalommal 5 színházjegyet kap. Hányféleképpen oszthatók ki a jegyek a családtagok között? (A jegyeket számozottak, a sorrendet is vegyük figyelembe!)

Eredmények

Válasz

Ellenőriz

Az oldal elérhető a következő webcímen

<https://kombinatorikatdk.000webhostapp.com/>

Köszönöm a figyelmet!